

## **СОГЛАСОВАН**

решением Ученого совета  
АНО ВО «МБИ  
имени Анатолия Собчака»  
(протокол от «19» декабря 2024 г. № 6)

## **АКТУАЛИЗИРОВАН**

решением Ученого совета  
АНО ВО «МБИ  
имени Анатолия Собчака»  
(протокол от «25» декабря 2025 г. № 7)

## **УТВЕРЖДЕН**

приказом ректора  
АНО ВО «МБИ  
имени Анатолия Собчака»  
от «27» декабря 2024 г. № 56

## **УТВЕРЖДЕНА**

**актуализированная версия**  
приказом ректора  
АНО ВО «МБИ  
имени Анатолия Собчака»  
от «30» декабря 2025 г. № 59

### **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ по дисциплине Линейная алгебра и геометрия**

направление подготовки  
***09.03.03 Прикладная информатика***

направленность (профиль)  
***Прикладная информатика в экономике***

уровень образования  
***высшее образование - бакалавриат***

форма обучения  
***заочная***

год набора  
***2025***

Санкт-Петербург  
2024

## СОДЕРЖАНИЕ

|      |                                                                                              |    |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.   | ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ И ЭТАПЫ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....            | 3  |
| 2.   | СТРУКТУРА ФОС ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....                                                            | 4  |
| 3.   | ПОКАЗАТЕЛИ И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КОМПЕТЕНЦИЙ .....                                               | 6  |
| 4.   | ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА.....                                                             | 6  |
| 5.   | ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....                                                         | 7  |
| 5.1. | ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ: .....                                                         | 7  |
| 5.2  | КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ.....                                  | 8  |
| 5.3  | ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ.....                                                                | 20 |
| 6.   | МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ .....                              | 24 |
| 7.   | 7.ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ .....    | 25 |
| 7.1. | ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ.....         | 27 |
| 7.2. | ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ..... | 27 |

# 1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ И ЭТАПЫ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Фонд оценочных средств предназначен для оценки результатов обучения по учебной дисциплине.

Рабочей программой дисциплины (модуля) предусмотрено формирование следующих компетенций:

| Код и наименование компетенции выпускника                                                                                                                                                                   | Код и наименование индикатора достижения компетенций                                                                            | Планируемые результаты обучения по дисциплине                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1<br>Способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности | ОПК-1.1.<br>Демонстрирует естественнонаучные и общетеоретические знания для исследования информационных систем и их компонентов | <i>знать:</i> понятийный аппарат; основы векторной алгебры, основные свойства линейных пространств, понятие базиса и ранга системы векторов; основные свойства матриц и определителей, понятие обратной матрицы, понятие и основные свойства квадратичных форм; основные свойства и методы решения систем линейных алгебраических уравнений; понятие и применение Декартовой прямоугольной системы координат; основные уравнения прямых и плоскостей, условия их взаимного расположения; свойства комплексных чисел, основные свойства многочленов. основные свойства рациональных дробей; типы кривых второго порядка<br><i>уметь:</i> исследовать свойства линейной зависимости (независимости) системы векторов в линейном пространстве, раскладывать вектор по базису; находить ранг матрицы, обратную матрицу, применять критерии знакоопределенности квадратичных форм; исследовать системы линейных алгебраических уравнений; задавать прямые и плоскости с помощью уравнений, исследовать взаимное расположение прямых и плоскостей; раскладывать многочлены на множители<br><i>владеть</i> навыками выполнения операций с векторами и матрицами; навыками вычисления определителей; навыками решения систем линейных алгебраических уравнений (методом Гаусса и методом Крамера); навыками выполнения операций с многочленами |

1.2. Входной уровень знаний, умений, опыта деятельности, требуемых для формирования компетенции

- , на уровне знаний: методов и моделей линейной алгебры для решения прикладных задач
- теорем линейной алгебры и аналитической геометрии
- логики доказательств важнейших теорем, лежащих в основе изучаемых в курсе линейной алгебры и аналитической геометрии
- на уровне умений: базирующиеся на моделях линейной алгебры
- - анализировать и обобщать информацию
- обобщать, анализировать, воспринимать информацию, формулировать цель и выбирать пути ее достижения
- на уровне навыков: применение методов и моделей линейной алгебры при решении прикладных задач
- - формулирования выводов на основе полученных результатов вычисления
- решения математических задач, используемых при принятии решений на основе статистической информации;
-

## 2. СТРУКТУРА ФОС ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Оценка проводится методом сопоставления параметров продемонстрированной обучающимся продукта деятельности с заданными эталонами и стандартами по критериям.

Таблица – 1.1. Объекты оценивания и наименование оценочных средств

| Номер и наименование разделов/тем                    | Формы текущего контроля успеваемости / промежуточной аттестации | Объекты оценивания                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Вид занятия / Наименование оценочных средств                     | Форма проведения оценки Устная/ письменная |
|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1. Векторные (линейные) пространства.                | Текущий контроль                                                | Свободные геометрические векторы. Линейные операции над векторами. Понятие линейного пространства и подпространства. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Свойства. Базис и ранг системы векторов. Свойства базиса. Представление о знакоопределенных квадратичных формах. Критерий Сильвестра                                                                    | ДП – доклад с презентацией, Т – тест задания                     | устная/ письменная                         |
| 2. Матрицы и определители.                           | Текущий контроль                                                | Матрицы и линейные операции над ними. Умножение матриц, свойства. Определители квадратных матриц: свойства, методы вычисления. Обратная матрица. Ранг матрицы. Метод обратной матрицы.                                                                                                                                                                                             | доклад с презентацией Тест Задания коллоквиум Контрольная работа | Устная письменная                          |
| 3. Решение систем линейных алгебраических уравнений. | Текущий контроль                                                | Системы линейных алгебраических уравнений. Условия совместности и определенности. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Квадратные системы линейных уравнений. Теорема Крамера. Квадратные системы линейных уравнений. Исследование алгебраического уравнения $n$ -й степени с одним неизвестным. Основная теорема алгебры и некоторые следствия из нее. Формула Муавра. | доклад с презентацией Тест Задания коллоквиум Контрольная работа | Письменная Устная                          |
| 4. Аффинные системы координат.                       | Текущий контроль                                                | Связь между векторным и точечным (аффинным) пространством. Декартова прямоугольная система координат. Задание линий с помощью уравнений. Геометрический смысл неравенств первой степени. Бином Ньютона.                                                                                                                                                                            | доклад с презентацией Тест Задания коллоквиум Контрольная работа | Устная письменная                          |
| 5. Прямые и плоскости                                | Текущий контроль                                                | Взаимное расположение прямых в пространстве Прямые на плоскости. Различные формы уравнений. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Плоскости в пространстве. Различные формы уравнений. Взаимное расположение плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Прямые в пространстве. Параметрические и канонические уравнения прямой              | доклад с презентацией Тест Задания коллоквиум Контрольная работа | Устная письменная                          |
| 6. Комплексные числа. Многочлены.                    | Текущий контроль                                                | Определение комплексных чисел и их свойства. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Теорема о произведении и частном Операции с многочленами. Теоремы о корне и об остатке. Число вещественных корней многочлена. Разложение многочлена на множители                                                                                                                  | доклад с презентацией Тест Задания коллоквиум Контрольная работа | Письменная устная                          |
| 7. Рациональные дроби.                               | Текущий контроль                                                | Дробно-рациональные функции. Выделение целой части рациональной дроби. Разложение правильной дроби на простейшие. Метод неопределенных                                                                                                                                                                                                                                             | доклад с презентацией Тест                                       | Письменная Устная                          |

|                                            |                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                           |                                              |
|--------------------------------------------|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
|                                            |                                 | коэффициентов.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Задания коллоквиум<br>Контрольная работа                                  |                                              |
| 8. Кривые второго порядка.                 | Текущий контроль                | Кривые второго порядка. Окружность. Эллипс. Гипербола. Парабола.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | доклад с презентацией<br>Тест<br>Задания коллоквиум<br>Контрольная работа | Письменная<br>Устная                         |
| 9. Элементы многомерной геометрии.         | Текущий контроль                | Геометрическая интерпретация множества решений алгебраического уравнения второго порядка относительно двух неизвестных.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | доклад с презентацией<br>Тест<br>Задания коллоквиум<br>Контрольная работа | Письменная<br>Устная                         |
| 10. Линейные операторы                     | Текущий контроль                | Понятие линейного оператора и линейного преобразования. Примеры линейных операторов. Представление о ядре и образе линейного оператора. Матрица линейного преобразования.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | доклад с презентацией<br>Тест<br>Задания коллоквиум<br>Контрольная работа | Письменная<br>Устная                         |
| 11. Векторные функции скалярного аргумента | Текущий контроль                | Собственные значения и собственные векторы. Понятие векторной функции скалярного аргумента. Годограф. Пример построения кривой "доход – потребление" (функция полезности Кобба-Дугласа). Скалярное произведение геометрических векторов. Представление о векторном произведении векторов. Смешанное произведение векторов                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | доклад с презентацией<br>Тест<br>Задания коллоквиум<br>Контрольная работа | Письменная<br>Устная<br>Письменная<br>Устная |
| <b>Все темы и разделы:</b>                 | <b>Промежуточная аттестация</b> | Обобщенные результаты обучения по овладению теоретическими знаниями и практическими навыками                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Т – тест (1-30)                                                           | Письменная                                   |
| <b>Итоговый контроль по дисциплине</b>     | -                               | Вопросы Матрица линейного оператора. Связь между образом и прообразом. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Равные операторы. Действия над операторами. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений. Спектр линейного оператора. Оператор с простым спектром. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы. Линейное преобразование переменных. Эквивалентные квадратичные формы. Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа. Закон инерции квадратичных форм. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Простая модель обмена. Матрица обмена. Модель международной торговли. Структурная матрица торговли | <b>Вопросы к ГИА</b>                                                      | <b>Итоговый контроль по дисциплине</b>       |

### 3. ПОКАЗАТЕЛИ И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Оценка знаний, умений, владений выражается в пятибалльной системе.

Таблица 3.1 – Текущий контроль

| № п/п | Виды работ                                                                 | Критерии оценивания                                            |                                            |                                                                                                     |                                                                                                    |
|-------|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
|       |                                                                            | Неудовлетворительно (2 балла)                                  | Удовлетворительно (3 балла)                | Хорошо (4 балла)                                                                                    | Отлично (5 баллов)                                                                                 |
| 1     | Работа на лекциях                                                          | Отсутствие участия студента в работе на занятии                | Единичное высказывание                     | Высказывание суждений, активное участие в работе на занятии                                         | Высказывание неординарных суждений, активное участие в работе на занятии                           |
| 2     | Работа на практических занятиях, решение общих практических задач          | Отсутствие участия в обсуждении, решении, неправильное решение | Единичное высказывание, решение с ошибками | Высказывание суждений, активное участие в ходе решения, правильное решение с отдельными замечаниями | Высказывание неординарных суждений, активное участие в ходе решения, правильное решение без ошибок |
| 3     | Работа на практических занятиях, решение индивидуальных практических задач | Отсутствие участия в обсуждении, решении, неправильное решение | Единичное высказывание, решение с ошибками | Высказывание суждений, активное участие в ходе решения, правильное решение с отдельными замечаниями | Высказывание неординарных суждений, активное участие в ходе решения, правильное решение без ошибок |

Критерии оценивания формулируются для каждой компетенции и отражают деятельность обучающегося, поддающуюся измерению.

Таблица 3.2 – Обобщенные критерии оценивания освоения компетенции

| Неудовлетворительно (2 балла)                                                                                                                     | Удовлетворительно (3 балла)                                                                                                                                                                                      | Хорошо (4 балла)                                                                                                | Отлично (5 баллов)                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Компетенция не освоена. Обучающийся не показывает знания, входящие в состав компетенции, не понимает их необходимость и/или не может их применять | Компетенция освоена. Обучающийся показывает общие знания, входящие в состав компетенции, имеет представление об их применении, умение извлекать и использовать основную (важную) информацию из полученных знаний | Компетенция освоена. Обучающийся показывает полноту знаний, демонстрирует умения и навыки решения типовых задач | Компетенция освоена. Обучающийся показывает глубокие знания, демонстрирует умения и навыки решения сложных задач, умение принимать решения, создавать и применять документы, связанные с профессиональной деятельностью; способен самостоятельно решать проблему/задачу на основе изученных методов, приемов и технологий. |

### 4. ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА

Таблица 4.1 – Шкала критериев оценивания компетенций

| Оценка                        | Содержание                                                                                                                                         |
|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Неудовлетворительно (2 балла) | Демонстрирует непонимание проблемы, не восприятие материала. Работа незакончена и/или это плагиат                                                  |
| Удовлетворительно (3 балла)   | Демонстрирует частичное понимание проблемы. Большинство требований, предъявляемых, к заданию выполнены. Владение элементами заданного материала. В |

| Оценка                | Содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                       | основном выполненный материал понятен и носит целостный характер                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Хорошо<br>(4 балла)   | Демонстрирует значительное понимание проблемы обозначенной дисциплиной. Все требования, предъявляемые к заданию выполнены. Содержание выполненных заданий раскрыто и рассмотрено с разных точек зрения                                                                                                                      |
| Отлично<br>(5 баллов) | Демонстрирует полное понимание проблемы. Все требования, предъявляемые к заданию выполнены. Продемонстрировано уверенное владение материалом дисциплины. Выполненные задания носят целостных характер, выполнены в полном объеме, структурированы, представлены различные точки зрения, продемонстрирован творческий подход |

Шкалы оценивания и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине регламентируются Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

## 5. ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 5.1. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ:

Таблица - 5.1 Перечень заданий текущего контроля и их наименование

| Наименование<br>оценочных<br>средств | Содержание задания                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Доклад с презентацией                | Уравнение линейного межотраслевого баланса. Матрица полных затрат. Продуктивная матрица. Критерии продуктивности. Чистая продукция. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Определение линейного пространства. Аксиомы линейного пространства. $n$ -мерный арифметический вектор. Сумма, произведение арифметических векторов. $n$ -мерное арифметическое векторное пространство. .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| коллоквиум                           | Система, подсистема и линейная комбинация векторов. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису. Матрица перехода. Скалярное произведение векторов. Евклидово пространство. $n$ -мерное арифметическое евклидово пространство. Длина вектора и ее свойства. Угол между векторами. Ортогональные векторы и их свойства. Ортогональный базис. Ортонормированный базис. Системы линейных однородных уравнений. Тривиальное решение. Существование различного числа решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений (понятие, две теоремы). Алгоритм построения фундаментальной системы решений. Связь между однородными и соответствующими неоднородными системами линейных уравнений. Оператор, образ, прообраз. Линейный оператор. |
| задания                              | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Сформулируйте определение основной матрицы системы</li> <li>2. Уточните, сколько решений имеет неопределенная система линейных уравнений?</li> <li>3. Запишите условие совместности СЛУ.</li> <li>4. Запишите формулу для поиска решения СЛУ методом Крамера.</li> <li>5. Уточните, можно ли сделать однозначный вывод о том, что СЛУ только несовместна, если определитель основной матрицы системы равен нулю,</li> <li>1. Сформулируйте определение расширенной матрицы системы линейных уравнений.</li> <li>2. Уточните, сколько решений имеет определенная СЛУ.</li> <li>3. Запишите условие определенности однородной СЛУ.</li> <li>4. Запишите формулу для поиска решения СЛУ матричным методом,</li> <li>5. Определите правило для нахождения числа свободных неизвестных в неопределенных СЛУ</li> </ol>                                                                |
| Контрольная                          | Матрицы и определители Системы линейных уравнений Векторы и операции над ними                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |

|        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| работа | Элементы аналитической геометрии Линейные пространства Евклидовы пространства<br>Линейные операторы Квадратичные формы                                                                                                                                                                                                        |
| Тест   | Темы тестовых заданий: Матрицы и определители Системы линейных алгебраических уравнений Векторные пространства. Начала векторной алгебры Комплексные числа<br><br>Линейные формы. Уравнение прямой на плоскости Квадратичные формы. Кривые второго порядка Уравнение прямой в пространстве Уравнения поверхностей. Заключение |

## 5.2 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

### Первая контрольная точка - в форме доклада (письменная).

Темы докладов: Темы докладов с презентацией

1. Определение матрицы. Элементы матрицы. Значение индексов элементов. Размерность матрицы.
2. Матрица – строка. Матрица – столбец. Одноэлементная матрица.
3. Квадратная матрица. Главная диагональ. Побочная диагональ.
4. Диагональная матрица. Единичная матрица. Нуль – матрица.
5. Равные матрицы. Транспонированная матрица. Симметрическая матрица.
6. Сумма матриц. Разность матриц. Условие существования суммы и разности матриц.
7. Свойства операции сложения матриц.
8. Произведение матрицы на число. Свойства операции умножения матрицы на число.
9. Произведение матриц. Условие существования произведения матриц.
10. Возведение матрицы в степень.
11. Понятие определителя и обозначения. Определитель первого порядка. Определитель второго порядка.
12. Определитель третьего порядка (формула). Правило треугольников.
13. Минор. Алгебраическое дополнение.
14. Теорема Лапласа. Вид определителя, для которого вычисления по теореме Лапласа упрощаются.
15. Свойства определителей (семь свойств).
16. невырожденная матрица. Обратная матрица. Соотношение, которое выполняется для обратной матрицы.
17. Нахождение обратной матрицы с помощью присоединенной.
18. Элементарные преобразования строк матрицы. Эквивалентные матрицы.
19. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
20. Минор  $k$ -го порядка. Определение ранга матрицы (через миноры).
21. Свойства ранга матрицы. Базисный минор.
22. Алгоритм вычисления ранга матрицы методом окаймления миноров.
23. Теорема об элементарных преобразованиях матрицы. Ступенчатая матрица. Ранг.
24. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
25. Линейное уравнение. Понятие системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
26. Решение системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы линейных уравнений.
27. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений. Частное и общее решение.
28. Равносильные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Тривиальные и противоречивые уравнения.
29. Системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
30. Матричный способ решения систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
31. Главный и вспомогательные определители системы. Правило Крамера решения систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
32. Особые случаи при решении систем линейных уравнений по формулам Крамера.
33. Понятие систем  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
34. Теорема Кронекера-Капелли.
35. Алгоритм метода Гаусса.
36. Представление процесса производства за определенный период (таблица с пояснением).
37. Соотношения баланса. Натуральный и стоимостный межотраслевые балансы.
38. Гипотеза линейности Леонтьева. Коэффициент прямых затрат.
39. Вектор валового выпуска. Вектор конечного потребления. Матрица прямых затрат.

### Методические рекомендации:

Обучающийся может подготовить не более пяти докладов с презентацией. Критерии оценки одного доклада с презентацией: 5 баллов выставляется обучающемуся, если он перечисляет все

существенные характеристики обозначенного в вопросе предмета и возможные варианты дальнейшего развития решения проблемы, если это возможно; 4 балла, если студент раскрыл только часть основных положений вопроса, продемонстрировал неточность в представлениях о предмете вопроса; 3 балла, если студент обозначил общую траекторию ответа, но не смог конкретизировать основные компоненты; 2 балла, если студент не продемонстрировал знаний основных понятий, представлений об изучаемом предмете.

Методические указания по написанию доклада с презентацией. Требования, предъявляемые к докладу с презентацией:

1. Объем доклад не должен превышать 5-8 страниц. Печать производится через 1,5 интервала, размер шрифта 14, с выравниванием по ширине. Левое поле листа 30 мм, правое – 10 мм, верхнее – 20 мм, нижнее 20 мм. Текст должен оформляться абзацами с отступом 1,25 см.
2. Эссе должно восприниматься как единое целое, идея должна быть ясной и понятной.
3. Необходимо писать коротко и ясно. Эссе не должно содержать ничего лишнего, должно включать только ту информацию, которая необходима для раскрытия вашей позиции, идеи.
4. Доклад должно иметь грамотное композиционное построение, быть логичным, четким по структуре.
5. Каждый абзац доклад должен содержать только одну основную мысль.
6. Доклад должен показывать, что его автор знает и осмысленно использует теоретические понятия, термины, обобщения, мировоззренческие идеи.
7. Доклад должен содержать убедительную аргументацию заявленной по проблеме позиции.

#### контрольная точка - в форме теста (письменная).

#### Тесты

| название темы дисциплины              | Тестовые задания по дисциплине                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Векторные (линейные) пространства. | <p>Найдите ранг заданной системы векторов <math>V = \{v_1, v_2, v_3\}</math> из <math>R^3</math>:<br/> <math>v_1 = (1, 2, -5)</math>, <math>v_2 = (2, 1, -4)</math>, <math>v_3 = (-1, -1, 3)</math>.</p> <p>Найдите ранг заданной системы многочленов<br/> <math>V = \{x^2 + x, 2 - x, 2x + 1, 2x^2 - 1, x^2 + 1\}, x \in R</math><br/> <math>V = \{x^2 + x, 2 - x, 2x + 1, 2x^2 - 1, x^2 + 1\}, x \in R</math>, выберите базис системы <math>V</math>, найдите координаты базиса.</p>                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 2. Матрицы и определители.            | <p><math>A = \begin{pmatrix} -2 &amp; 0 &amp; t \\ 0 &amp; -1 &amp; 2 \\ -3 &amp; 1 &amp; 4 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} -2 &amp; 0 &amp; t \\ 0 &amp; -1 &amp; 2 \\ -3 &amp; 1 &amp; 4 \end{pmatrix}</math></p> <p>При каких значениях числового параметра <math>t</math> матрица <math>A</math> не имеет обратной?<br/> Найдите <math>A^{-1} A^{-1}</math> при <math>t = -1</math> <math>t = -1</math>.</p> <p><math>f(x) = x^2 - 2x + 3</math> <math>f(x) = x^2 - 2x + 3</math>,<br/> <math>A = \begin{pmatrix} 0 &amp; 2 \\ -1 &amp; 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 &amp; 2 \\ -1 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>,<br/> <math>B = f(A)</math>.</p> <p>Найдите сумму алгебраических дополнений всех элементов матрицы <math>B</math>.</p> |

|                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.</p> | <p>Решите систему линейных уравнений. Выберите, если это возможно, решение с отрицательными компонентами. Укажите базисные решения соответствующей однородной системы.</p> $\begin{array}{cccc cccc} x_1 & -2x_2 & -x_4 & 0 & x_1 & -2x_2 & -x_4 & 0 \\ x_2 & -x_3 & +2x_4 & 1 & x_2 & -x_3 & +2x_4 & 1 \\ 2x_1 & -5x_2 & +x_3 & -4x_4 & 2x_1 & -5x_2 & +x_3 & -4x_4 \end{array}$ <p>Исследуйте квадратную систему линейных уравнений при различных значениях вещественного параметра <math>\lambda</math>. Решите, если это возможно, данную систему методом Крамера при <math>\lambda = 2</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                             |
|                                                             | $\begin{cases} -x_1 + \lambda x_2 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 = -\lambda \end{cases}$ <p>Определите, сколько решений имеет система при различных значениях вещественных параметров <math>p</math> и <math>q</math>.</p> $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = p \\ 5x_1 - 8x_2 + 9x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + qx_3 = -1 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <p>4. Аффинные системы координат.</p>                       | <p>Найти скалярное и векторное произведение двух векторов, заданных своими координатами в ДПСК</p> <p>Найти площадь треугольника, построенного на двух заданных векторах.</p> <p>Написать различные формы уравнения окружности с центром в начале координат радиуса 2.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <p>5. Прямые и плоскости</p>                                | <p><math>M_0 = p_1 \cap p_2</math>. Задайте прямую <math>p_3</math>, проходящую через <math>M_0</math> и перпендикулярную <math>p_1</math>. Найдите расстояние от точки <math>M</math> до прямой <math>p_3</math>.</p> $p_1: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}; p_2: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}; M(0,3)$ $p_1: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}; p_2: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}; M(0,3)$ <p>Задайте прямую <math>p</math>, проходящую через точки <math>A</math> и <math>B</math>. Докажите, что отрезок пересекает плоскость <math>\pi</math> в некоторой точке <math>M</math>.</p> <p>Найдите координаты точки <math>M</math>.</p> <p><math>A(2,0,-1); B(-1,6,5); \pi: 2x - y + 3z - 3 = 0</math></p> <p>Напишите общее уравнение плоскости <math>\pi</math>,</p> |
|                                                             | <p>проходящей через прямые <math>p_1</math> и <math>p_2</math>.</p> $p_1: \frac{x-3}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{4}; p_2: \frac{x-8}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |

|                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6. Комплекс-ные числа.<br>Многочлены.        | <p>Выполнить операции с комплексными числами: . Найдите</p> <p>Разложить многочлен на множители над полем вещественных и комплексных чисел.</p> <p>Найдите ранг заданной системы многочленов</p> $V = \{x^2 + x, 2 - x, 2x + 1, 2x^2 - 1, x^2 + 1\}, x \in R$ $V = \{x^2 + x, 2 - x, 2x + 1, 2x^2 - 1, x^2 + 1\}, x \in R$ , выберите базис системы $V$ , найдите координаты каждого многочлена в выбранном базисе. |
| 7. Рациональ-ные дроби.                      | <p>Разложить рациональную дробь на простейшие, используя метод неопределенных коэф- фициентов.</p> <p>Выделить целую часть неправильной рациональной дроби.</p>                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 8. Кривые вто-рого порядка.                  | <p>Определить тип кривой второго порядка по ее уравнению в ДПСК.</p> <p>Написать уравнения асимптот гиперболы, заданной каноническим уравнением, найти ее эксцентриситет.</p> <p>Написать уравнение касательной к эллипсу.</p>                                                                                                                                                                                      |
| 9. Элементы многомерной геометрии.           | <p>Нарисовать годограф заданной вектор- функции</p> <p>Написать уравнение касательной к годографу вектор-функции в заданной точке</p>                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 10. Линейные операторы                       | <p>Найти собственные числа и соответствующие множества собственных векторов квадратных матриц:</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|                                              | $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ $A = A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$                                                                                                               |
| 11. Векторные функции ска-лярного аргу-мента | <p>Нарисовать годограф заданной вектор- функции</p> <p>написать уравнение касательной к годографу вектор-функции в заданной точке</p>                                                                                                                                                                                                                                                                               |

Инструкция по выполнению. Выбрать один правильный ответ

Критерии оценивания: • 5 баллов выставляется, если обучающийся ответил правильно на 100-85% заданий теста; • 4 балла выставляется, если обучающийся ответил на 84-69 % заданий; • 3 балла выставляется, если обучающийся ответил на 68-50% заданий; 2 балла выставляется, если обучающийся ответил менее, чем на 50 % заданий.

### Контрольная точка в форме коллоквиума (устная).

Вопросы для коллоквиума

#### Вопросы к коллоквиуму №1

1. Определение матрицы. Элементы матрицы. Значение индексов элементов. Размерность матрицы.
2. Матрица – строка. Матрица – столбец. Одноэлементная матрица.
3. Квадратная матрица. Главная диагональ. Побочная диагональ.
4. Диагональная матрица. Единичная матрица. Нуль – матрица.
5. Равные матрицы. Транспонированная матрица. Симметрическая матрица.
6. Сумма матриц. Разность матриц. Условие существования суммы и разности матриц.
7. Свойства операции сложения матриц.
8. Произведение матрицы на число. Свойства операции умножения матрицы на число.

9. Произведение матриц. Условие существования произведения матриц.
10. Возведение матрицы в степень.
11. Понятие определителя и обозначения. Определитель первого порядка. Определитель второго порядка.
12. Определитель третьего порядка (формула). Правило треугольников.
13. Минор. Алгебраическое дополнение.
14. Теорема Лапласа. Вид определителя, для которого вычисления по теореме Лапласа упрощаются.
15. Свойства определителей (семь свойств).
16. Невырожденная матрица. Обратная матрица. Соотношение, которое выполняется для обратной матрицы.
17. Нахождение обратной матрицы с помощью присоединенной.
18. Элементарные преобразования строк матрицы. Эквивалентные матрицы.
19. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
20. Минор  $k$ -го порядка. Определение ранга матрицы (через миноры).
21. Свойства ранга матрицы. Базисный минор.
22. Алгоритм вычисления ранга матрицы методом окаймления миноров.
23. Теорема об элементарных преобразованиях матрицы. Ступенчатая матрица. Ранг.
24. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.

#### **Вопросы к коллоквиуму №2**

1. Линейное уравнение. Понятие системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
2. Решение системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы линейных уравнений.
3. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений. Частное и общее решение.
4. Равносильные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Тривиальные и противоречивые уравнения.
5. Системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
6. Матричный способ решения систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
7. Главный и вспомогательные определители системы. Правило Крамера решения систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
8. Особые случаи при решении систем линейных уравнений по формулам Крамера.
9. Понятие систем  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
10. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Алгоритм метода Гаусса.
12. Представление процесса производства за определенный период (таблица с пояснением).
13. Соотношения баланса. Натуральный и стоимостный межотраслевые балансы.
14. Гипотеза линейности Лентьева. Коэффициент прямых затрат.
15. Вектор валового выпуска. Вектор конечного потребления. Матрица прямых затрат.
16. Уравнение линейного межотраслевого баланса.
17. Матрица полных затрат. Продуктивная матрица.
18. Критерии продуктивности. Чистая продукция.

#### **Вопросы к коллоквиуму №3**

1. Линейные операции над векторами.
2. Коллинеарные и компланарные векторы.
3. Скалярное произведение.
4. Векторное произведение.

#### **Вопросы к коллоквиуму №4**

1. Простейшие задачи аналитической геометрии (расстояние между двумя точками; площадь треугольника; деление отрезка в данном отношении).
2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
3. Уравнение прямой заданной точкой и угловым коэффициентом.
4. Уравнение прямой заданной двумя точками.
5. Общее уравнение прямой.
6. Уравнение прямой в отрезках.
7. Взаимное расположение двух прямых заданных в общем виде.
8. Угол между прямыми.
9. Условия параллельности и перпендикулярности.
10. Расстояние от точки до прямой.
11. Уравнение плоскости заданной точкой и вектором нормали.
12. Общее уравнение плоскости.
13. Уравнение плоскости в отрезках.

14. Взаимное расположение двух плоскостей.
15. Общее уравнение прямой в пространстве.
16. Канонические уравнения прямой.
17. Параметрические уравнения прямой.
18. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
19. Взаимное расположение прямой и плоскости.
20. Окружность, эллипс (определение; основные обозначения; каноническое уравнение; график; эксцентриситет эллипса).
21. Гипербола (определение; основные обозначения; каноническое уравнение; график; сопряженная гипербола; эксцентриситет гиперболы).
22. Парабола (определение; основные обозначения; каноническое уравнение; график).

#### **Вопросы к коллоквиуму №5**

1. Определение линейного пространства. Аксиомы линейного пространства.
2.  $n$ -мерный арифметический вектор. Сумма, произведение арифметических векторов.
3.  $n$ -мерное арифметическое векторное пространство.
4. Система, подсистема и линейная комбинация векторов.
5. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
6. Базис и ранг системы векторов.
7. Базис и размерность линейного пространства.
8. Системы линейных однородных уравнений. Тривиальное решение.
9. Существование различного числа решений однородной системы линейных уравнений. 10. Фундаментальная система решений (понятие, две теоремы).
11. Алгоритм построения фундаментальной системы решений.
12. Связь между однородными и соответствующими неоднородными системами линейных уравнений.
13. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису. Матрица перехода

#### **Вопросы к коллоквиуму №6**

1. Скалярное произведение векторов.
2. Евклидово пространство.  $n$ -мерное арифметическое евклидово пространство.
3. Длина вектора и ее свойства.
4. Угол между векторами.
5. Ортогональные векторы и их свойства.
6. Ортогональный базис. Ортонормированный базис.
7. Процесс ортогонализации.

#### **Вопросы к коллоквиуму №7**

1. Оператор, образ, прообраз.
2. Линейный оператор.
3. Матрица линейного оператора.
4. Связь между образом и прообразом.
5. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
6. Равные операторы. Действия над операторами.
7. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.
8. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора.
9. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора.
10. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
11. Спектр линейного оператора. Оператор с простым спектром.
12. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
13. Линейное преобразование переменных.
14. Эквивалентные квадратичные формы.
15. Канонический вид квадратичной формы.
16. Метод Лагранжа.
17. Метод ортогональных преобразований.
18. Закон инерции квадратичных форм.
19. Классификация квадратичных форм.
20. Критерий Сильвестра.
21. Простая модель обмена. Матрица обмена.

## 22. Модель международной торговли. Структурная матрица торговли

### Вопросы к коллоквиуму №8

1. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
2. Линейное преобразование переменных.
3. Эквивалентные квадратичные формы.
4. Канонический вид квадратичной формы.
5. Метод Лагранжа.
6. Метод ортогональных преобразований.
7. Закон инерции квадратичных форм.
8. Классификация квадратичных форм.
9. Критерий Сильвестра.

### Методические рекомендации:

Обучающийся может подготовить не более двух ответов на вопросы к коллоквиуму. Критерии оценивания одного ответа: 5 баллов выставляется обучающемуся, если он перечисляет все существенные характеристики обозначенного в вопросе предмета и возможные варианты дальнейшего развития решения проблемы, если это возможно; 4 балла, если студент раскрыл только часть основных положений вопроса, продемонстрировал неточность в представлениях о предмете вопроса; 3 балла, если студент обозначил общую траекторию ответа, но не смог конкретизировать основные компоненты; 2 балла, если студент не продемонстрировал знаний основных понятий, представлений об изучаемом предмете

### Контрольная точка - в форме заданий (письменная).

#### Контрольные задания:

1. Вычислить норму  $\| [3a - b, 7b - 2a] \|$ ,  
если  $\|a\| = 2, \|b\| = 3, \varphi = \frac{\pi}{3}$
2. Вычислить:  $\sqrt[3]{-8i}$ ;
3. Можно ли построить параллелепипед на векторах:  $\vec{x} = \vec{i} - \vec{k}; \vec{y} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}; \vec{z} = \vec{j} - 2\vec{k}$ .
4. Определить тип кривой и найти ее характеристики  
 $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$ ;
5. Вычислить 
$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & y & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & z & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b \end{vmatrix}$$
6. Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x - y = (-1, 0, 0) \\ x + 2y - z = (-2, -2, 1) \\ y + z = (-2, -5, 0) \end{cases}$$
7. Достроить базис до ортогонального  $\vec{x} = \{0; 4; -1\}, \vec{y} = \{4; 1; 4\}$
8. Найти обратную матрицу, если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .
9. Решить неравенство 
$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 0$$
.
10. Проверить, лежат ли точки в одной плоскости, если A(2,1,-1), B(0,0,0), C(1,1,-1), D(3,2,-1).
11. Найти угол между прямой  $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{2}$  и  
плоскостью  $2x + y - 4z + 1 = 0$ .

#### 1 вариант

- 1) Выполнить в алгебраической форме:  $\frac{(1+2i)^2 - (2-i)^2}{(1-i)^3 + (2+i)^2}$
- 2) Решить уравнение:

$$z^2 + 4z + 29 = 0;$$

3) Решить геометрически:

$$\begin{cases} 2 < |\bar{z}| < 3 \\ -\frac{\pi}{2} \leq \arg z < 0 \end{cases};$$

4) Выполнить:  $\sqrt[3]{2-2i}$ ;

5) Выполнить в показательной форме:  $\frac{(1+i)^7}{(\sqrt{3}-i)^5}$

### 2 вариант

1) Выполнить в тригонометрической форме:  $(1+i)^{25}$

2) Решить уравнение:

$$z^3 - 1 = 0;$$

3) Решить геометрически:  $|z - 1 - i| < 1$

4) Выполнить:  $\sqrt[3]{4+4i}$ ;

5) Выполнить в показательной форме:  $\frac{(1+\sqrt{3}i)^3}{(1-i)^5}$

### 3 вариант

1) Выполнить в алгебраической форме:  $\frac{(3+i)^2 - (2-i)^3}{(1+i)^4 + 2+i}$

2) Решить уравнение:

$$z^4 - 1 = 0;$$

3) Решить геометрически:

$$\begin{cases} 1 < z * \bar{z} < 4 \\ |z| \leq 1 \end{cases}$$

4) Выполнить в показательной форме:  $\sqrt[4]{-4}$ ;

5) Выполнить в тригонометрической форме:  $\frac{(2+2i)^3}{(\sqrt{3}-i)^4}$

### 4 вариант

1) Выполнить в алгебраической форме:  $\frac{(1+2i)^2 - (2-i)^2}{(1-i)^3 + (2+i)^2}$

2) Решить уравнение:

$$z^2 + 6z + 13 = 0;$$

3) Решить геометрически:

$$2 < |z| < 3$$

4) Выполнить:  $\sqrt[3]{2\sqrt{3}-2i}$ ;

5) Выполнить в показательной форме:  $\frac{(1+i)^4}{(-\sqrt{3}+i)^5}$

### 5 вариант

1) Выполнить в алгебраической форме:  $\frac{3}{1+2i} + (2-i) * (4+3i)$

2) Решить уравнение:

$$z^3 - 8 = 0;$$

3) Решить геометрически:

$$\begin{cases} \sqrt{z * \bar{z}} > 3 \\ |\arg z| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

4) Выполнить:  $\sqrt[3]{-8-8i}$ ;

5) Выполнить в показательной форме:  $\frac{(-i)^3}{(\sqrt{3}-i)^2}$

### 6 вариант

1) Выполнить в алгебраической форме:  $(3-4i) * (1+i)^2 + \frac{5}{3+i}$

2) Решить уравнение:

$$z^2 - 2i + 5 = 0;$$

3) Решить геометрически:

$$\begin{cases} |z - 1| < 2 \\ |\arg z| \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

4) Выполнить:  $\sqrt[3]{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i};$

5) Выполнить в показательной форме:  $\frac{(-1+\sqrt{3}i)^3}{(2+2i)^4}$

#### 7 вариант

1) Выполнить в алгебраической форме:  $\frac{(3-4i)*(1+i)^2}{3+i}$

2) Решить уравнение:  
 $z^3 + 27 = 0;$

3) Решить геометрически:

$$\begin{cases} |z + i| > 2 \\ |\arg z| \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4) Выполнить:  $\sqrt[4]{-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i};$

5) Выполнить в показательной форме:  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3$

#### 8 вариант

1) Выполнить в алгебраической форме:  $(-i)^{27}$

2) Решить уравнение:  
 $z^4 - 81 = 0;$

3) Решить геометрически:

$$\begin{cases} |z + 2i| > 1 \\ 1 < |\operatorname{Im} z| \leq 2 \end{cases}$$

4) Выполнить:  $\sqrt[3]{-1 + i};$

5) Выполнить в показательной форме:  $\frac{(1+i)^4}{(2\sqrt{3}-2i)}$

Критерии оценивания. «отлично» – студент правильно выполнил задание. Показал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы; «хорошо» – студент выполнил задание с небольшими неточностями. Показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов; «удовлетворительно» – студент выполнил задание с существенными неточностями. Показал удовлетворительное владение навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей; «неудовлетворительно» – при выполнении задания студент продемонстрировал недостаточный уровень владения умениями и навыками при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неточностей

### Контрольная точка - в форме Контрольной работы (письменная).

#### Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти произведение матриц  $A \cdot B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & -4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 2 \\ 5 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

2. Пользуясь свойствами определителей и теоремой Лапласа вычислить определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & -3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & -8 & 0 \\ 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти ранг матрицы  $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

4. Найти матрицу, обратную для матрицы  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}.$

### Вариант заданий контрольной работы №2

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, выполнить проверку правильности

решения: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1. \\ 5x_1 + x_3 = -1 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, выполнить проверку правильности

решения: 
$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1. \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = -2 \end{cases}$$

3. Методом Гаусса найти общее решение и одно частное решение системы линейных уравнений,

выполнить проверку правильности полученного частного решения: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 6. \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 6 \end{cases}$$

### Вариант заданий контрольной работы №3

1. Выяснить, являются ли векторы  $\vec{a}(3,6)$  и  $\vec{b}(-1,2)$  коллинеарными.

2. Найти скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 8$ ,  $\varphi = 135^\circ$ .

3. Найти скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  и угол между векторами  $\vec{a}(1,2,3)$  и  $\vec{b}(-1,0,1)$ .

4. Найти значение коэффициента  $k$ , при котором векторы  $\vec{a} = 2\vec{p} - \vec{q}$  и  $\vec{b} = 5\vec{p} + k\vec{q}$  ортогональны, если векторы  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  не коллинеарны.

5. Найти векторное произведение  $\vec{a} \times \vec{b}$  и синус угла между векторами  $\vec{a}(-2,1,4)$  и  $\vec{b}(3,0,-1)$ .

6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q}$  и  $\vec{b} = 2\vec{p} + 6\vec{q}$ , где  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  - векторы длины 2, угол между которыми равен  $60^\circ$ .

7. Даны векторы  $\vec{a}(3,2,2)$ ,  $\vec{b}(4,-1,5)$  и  $\vec{c}(0,-7,5)$ . Найти смешанное произведение  $\left( \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \right)$ .

12. При каком значении  $\lambda$  векторы  $\vec{a}(0,\lambda,2)$ ,  $\vec{b}(1,2\lambda,0)$  и  $\vec{c}(3,4,1)$  компланарны.

#### Вариант заданий контрольной работы №4

1. Дан параллелограмм  $ABCD$ , три вершины которого заданы  $A(-2, -1, 5)$ ,  $B(-3, 1, 3)$ ,  $C(5, 4, -2)$ . Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.
2. Найти длину высоты  $AD$  в треугольнике с вершинами  $A(3, 5)$ ,  $B(2, -4)$ ,  $C(-2, 1)$  и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки  $C$  на прямую  $AB$ .
3. Найти угол между плоскостью  $3x - 6y + 8z - 9 = 0$  и прямой, проходящей через начало координат и точку  $M(2, -3, 5)$ . Вычислить расстояние между этой плоскостью и точкой.
4. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки  $M(3, -4, 2)$  на прямую  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+4}{-6}$ .
5. Построить кривые по заданным уравнениям:  $(x-1)^2 + (x+2)^2 = 9$ ,  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ,  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ ,  $y^2 = 7x$ .

#### Вариант заданий контрольной работы №5

1. В некотором базисе даны векторы  $a_1 = (1, 2, 1)$ ,  $a_2 = (2, 1, 1)$ ,  $a_3 = (-1, -2, 1)$ . Найти все значения  $m$ , при которых вектор  $b = (2, 3, m)$  линейно выражается через векторы  $a_1, a_2, a_3$ .
2. Выяснить является ли систем векторов линейно зависимой:  
 $a_1 = (-1, 7, 1, -2)$ ,  $a_2 = (2, 3, 2, 1)$ ,  $a_3 = (4, 4, 4, -3)$ ,  $a_4 = (1, 6, -1, 1)$ .
3. Выяснить ранг и указать какой-нибудь базис системы векторов:  
1)  $a_1 = (1, 2, 1)$ ,  $a_2 = (2, 1, 3)$ ,  $a_3 = (1, 5, 0)$ ,  $a_4 = (2, -2, 4)$ ;  
2)  $a_1 = (1, 1, 4, 2)$ ,  $a_2 = (1, -1, -2, 4)$ ,  $a_3 = (0, 2, 6, -2)$ ,  $a_4 = (-3, 3, 3, -12)$ ,  $a_5 = (-1, 0, -4, -3)$ .
4. Выяснить, образуют ли базис трехмерного пространства  $R^3$  векторы  $a_1 = (1, 1, 1)$ ,  $a_2 = (1, 0, 1)$ ,  $a_3 = (2, 1, 2)$ .
5. Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений:  
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$
6. В базисе  $B = \{e_1, e_2, e_3\}$  задан вектор  $x = (4, 0, -12)$ . Найти координаты этого вектора в базисе  $B' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ , где  $e'_1 = e_1 + 2e_2 + e_3$ ,  $e'_2 = 2e_1 + 3e_2 + 4e_3$ ,  $e'_3 = 3e_1 + 4e_2 + 3e_3$ .
7. Дана матрица  $T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$  перехода от базиса  $B = \{e_1, e_2\}$  к базису  $B' = \{e'_1, e'_2\}$ . Найти координаты векторов  $e_1, e_2$  в базисе  $B'$ .
8. Дана матрица  $T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  перехода от базиса  $B = \{e_1, e_2, e_3\}$  к базису  $B' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ . Найти координаты вектора  $e'_2$  в базисе  $B$ .

#### Вариант заданий контрольной работы №6

1. Нормировать вектор  $x$ , заданный в ортонормированном базисе соответствующего евклидова пространства:  $x = 4e_1 - 2e_2 + 2e_3 - e_4$ .
2. Определить угол между векторами  $x = \sqrt{7}e_1 + \sqrt{5}e_2 + \sqrt{3}e_3 + e_4$  и  $y = \sqrt{7}e_1 + \sqrt{5}e_2 + e_3 - e_4$ , заданными в ортонормированном базисе.

3. Проверить, что векторы  $x = (3, 1, 2)$  и  $y = (-1, 1, 1)$  ортогональны, и дополнить их до ортогонального базиса пространства  $E^3$ .

#### Вариант заданий контрольной работы №7

1. Выяснить, является ли оператор  $\varphi(z)$  линейным, если вектор  $z = (z_1, z_2, z_3)$ :

$$\varphi(z) = (z_2 - 2z_3; z_1 + z_2; z_1).$$

2. Линейный оператор  $\varphi$  задан матрицей  $A_\varphi$ . Найти координаты вектора  $y = \varphi(x)$  в этом же базисе:

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad x = (2, 4, -1).$$

3. В пространстве  $L$  действует линейный оператор  $\varphi$ , заданный в базисе  $B = \{e_1, e_2, e_3\}$  матрицей

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти координаты: образа вектора } x = (1, 4, 1)_B; \text{ прообраза вектора } y = (1, 2, 3)_B.$$

4. Найти матрицу  $A'_\varphi$  линейного оператора  $\varphi$  в базисе  $B' = \{e'_1, e'_2\}$ , заданного матрицей  $A_\varphi$  в базисе

$$B = \{e_1, e_2\}: A_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, \quad e'_1 = -2e_1 + e_2, \quad e'_2 = 2e_1 - 3e_2.$$

5. Пусть оператор  $\varphi$  в базисе  $B = \{e_1, e_2\}$  имеет матрицу  $A_\varphi = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ , а оператор  $\psi$  в базисе

$$B' = \{e'_1, e'_2\}, \text{ где } e'_1 = -7e_1 + 5e_2, \quad e'_2 = -8e_1 + 6e_2 \text{ имеет матрицу } A'_\psi = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}. \text{ Найти матрицы}$$

операторов  $\varphi + \psi$  и  $\varphi \cdot \psi$  в базисе  $B' = \{e'_1, e'_2\}$ .

6. Найти собственные значения и собственные векторы оператора  $\varphi$ , заданного матрицей

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

#### Вариант заданий контрольной работы №8

1. Привести квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = -16x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3$  к каноническому виду методом Лагранжа.

2. Привести квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$  к каноническому виду ортогональным преобразованием.

3. Исследовать квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2$  на знакоопределенность.

4. При каких значениях параметра  $a$  данная квадратичная форма

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 2ax_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3 \text{ является знакоопределенной.}$$

Критерии оценивания:

Обозначение проблемы и обоснование её актуальности; краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему; логичное изложение собственной позиции, полное раскрытие темы; соблюдение требований к объёму, формулировка выводов:

0 – 1 ошибка – 5 баллов

2 – 4 ошибки – 4 балла

5 – 8 ошибок – 3 балла

Более 8 ошибок – работа не зачтена.

### 5.3 ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы 1,2 семестр

#### Итоговый тест (с ответами) для проверки сформированности компетенций

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

ОПК-1.1. Демонстрирует естественно-научные и общетехнические знания для исследования информационных систем и их компонентов

**1.Прочитайте текст и выберите правильный ответ** Определить плоскость, непараллельную плоскости  $OYZ$

- 1)  $3y=6$                       2)  $0x+0y+z=2$                       3)  $x=1$                       4)  $z=1$

**Правильный ответ 3**

**2. Прочитайте текст и выберите правильный ответ** Выбрать пространство, которое не является евклидовым

- 1)  $C[a,b]$                       2)  $R^n$                       3)  $V^n$                       4)  $M_{mn}$

**Правильный ответ 4**

**3. Прочитайте текст и выберите правильный ответ.** Определить собственные значения линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

- 1) 0                      2) 2                      3) 3                      4) -1

**Правильный ответ 2**

**4. Прочитайте текст и выберите правильный ответ.** Определить при каком значении  $m$  векторы  $\vec{a} = \{2; 5; 27\}$ ,  $\vec{b} = \{m; 1; 7\}$  и  $\vec{c} = \{1; 1; 3\}$  будут компланарны?

- 1) 0                      2) 1,75                      3) -0,5                      4) 7

**Правильный ответ 1**

**5. Прочитайте текст и выберите правильный ответ.** При каких значениях  $(\alpha; \beta)$  векторы  $\vec{a} = \{2; \alpha; -4\}$  и  $\vec{b} = \{-1; 1; \beta\}$  будут коллинеарны?

- 1) (-2;2)                      2) (1;-1)                      3) (2;-2)                      4) (-1;1)

**Правильный ответ 1**

**6.Прочитайте текст и выберите правильный ответ.** Определить при каком  $m$  векторы  $\vec{a} = \{2; 5; -1\}$  и  $\vec{b} = \{m; 1; 7\}$  ортогональны?

- 1) 0                      2) 7                      3) 1                      4) -1

**Правильный ответ 3**

**7.Прочитайте текст и выберите правильный ответ.** Определить вектор, не являющийся ортом

- 1)  $\{1; 0; 0\}$                       2)  $\{1; 1; 1\}$                       3)  $\left\{0; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$                       4)  $\left\{\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{-1}{\sqrt{3}}; \frac{-1}{\sqrt{3}}\right\}$

**Правильный ответ 2**

**8.Прочитайте текст и выберите правильный ответ.** Определить скалярное произведение векторов  $\vec{a} = \{3; 1; 4\}$  и  $\vec{b} = \{1; 2; 0\}$

- 1) 5                      2) 11                      3) 1                      4) 6

**Правильный ответ 1**

**9. Прочитайте текст и выберите правильный ответ.** . Определить сумму двух векторов  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$  и  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$

- 1)  $\{2; 3; 2\}$                       2)  $\{3; 3; 3\}$                       3) 7                      4)  $\{2; 1; 5\}$

**Правильный ответ 4**

1) 2

2) -6;

3) 6;

4) 3

**Правильный ответ 4****11. Установите соответствие** Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответовЗадача: Найти обратную матрицу к матрице  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 

1)  $\begin{pmatrix} -0,75 & 0,25 & 0,5 \\ 0,5 & -0,5 & 0 \\ 1,25 & 0,25 & -0,5 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} -0,75 & 0,5 & 1,25 \\ 0,25 & -0,5 & 0,25 \\ 0,5 & 0 & -0,5 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} -12 & 4 & 8 \\ 8 & -8 & 0 \\ 20 & 4 & -8 \end{pmatrix}$

4)  $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & -1/3 & 1/3 \\ 1 & 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}$

**Правильный ответ 1****12. Установите** Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов.Задача: Найти размерность произведения матриц  $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

1) 2x2

2) 4x4

3) 2x3

4) 3x2

**Правильный ответ 3****13. Установите соответствие:** Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответовЗадача: Выполнить действие  $2AE - EA$ , где  $E$  – единичная матрица, а  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 

1)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$

4)  $\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -3 & -8 \end{pmatrix}$

**Правильный ответ 1****14. Установите соответствие:** Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответовЗадача: Выполнить действие  $2A$ , где  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$ 

1)  $\begin{pmatrix} 23 & 20 \\ 24 & -25 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 8 & -10 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

4)  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

**Правильный ответ 2****15. Установите соответствие:** Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответовЗадача: Выполнить действие  $A - B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 

1)  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

4)  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

**Правильный ответ 3**

ОПК-1.2. Применяет методы математического анализа для решения стандартных задач в профессиональной деятельности

**16. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже.** Среди свойств смешанного произведения указать лишнее:**Правильный ответ:** неравенство треугольника**17. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже.**Определить, какой объект не соответствует линейной форме  $x = 2y$ **Правильный ответ** точка**18. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже:.** Указать свойство векторного произведения:**Правильный ответ** абсолютная однородность**19. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже:** Определить тип кривой второго порядка, заданного в полярной системе координат

$$r = \frac{3}{2 - \cos \varphi}$$

П

**20. Установите соответствие** Уравнение прямой на плоскости имеет вид

Ответы: 1).общее ; 2).в отрезках 3).с угловым коэффициентом

в).  $Ax + By + C = 0$ ; б).  $= + 1$  в у а х ; в).  $y = kx + b$ ; 4).проходящей через данную г).  $y - y_0 = k(x - x_0)$ ; точку в данном направлении; 5).проходящей через две данные д). ; 12 1 12 1 хх хх уу уу – – = – – точки;

а).  $Ax + C = 0$ ; ж).  $Ax + By = 0$ .

ь П

**21. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже.:**

Векторы, лежащие на одной прямой или на параллельных прямых, называются:

й П

**22. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже.:**

Матрица, у которой число строк равно числу столбцов, называется...

Правильный ответ: квадратная

**23. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже.:**

Расстояние между началом и концом вектора называется его

Правильный ответ длина; абсолютная величина;

**24. Установите соответствие.** Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Вычислить определитель матрицы  $\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 10 & -4 \end{pmatrix}$ .

а) -10 2) 0 3) 10 4) 20

Правильный ответ 1

**25. Установите соответствие.** Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Решить неравенство  $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & x \end{vmatrix} > 0$

а)  $x < 2$  2)  $x = 2$  3)  $x < -2$  4)  $x > -2$

Правильный ответ-4

**26. Установите соответствие.** Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов:

коллинеарные

Задача: Вычислить определитель  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & 2 & 4 \end{vmatrix}$  :

1) 3 2) 12 3) 10 4) -12

Правильный ответ: 4

**27. Установите соответствие.** Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Вычислить ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 6 & -9 \\ 4 & 5 & -12 \end{pmatrix}$ .

1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

Правильный ответ 3

**28. Установите соответствие.** Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Транспонировать матрицу  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

1)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  2)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$  4)  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -5 & -2 \end{pmatrix}$

Правильный ответ 2

**29. Установите соответствие:** Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Вычислить ранг матрицы :  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -5 & -2 \end{pmatrix}$

- 1) 1                      2) 2                      3) 3

4) 0

**Правильный ответ 3**

**30. Установите соответствие.** Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Решить неравенство  $\begin{vmatrix} 9 & x \\ -3 & 1 \end{vmatrix} > 0$

- 1)  $x \leq 3$       2)  $x = 3$       3)  $x < -3$       4)  $x > -3$

**Правильный ответ: 4**

Инструкция по выполнению. При ответе на вопросы:

Выбрать один правильный ответ. Дополнить фразу, сопоставить, установить последовательность

Вопросы для самостоятельной подготовки к экзамену и зачету

Свободные геометрические векторы. Линейные операции над векторами.

2. Понятие линейного пространства и подпространства.
3. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Свойства.
4. Базис и ранг системы векторов. Свойства базиса.
5. Матрицы и линейные операции над ними. Умножение матриц, свойства.
6. Определители квадратных матриц: свойства, методы вычисления.
7. Обратная матрица. Ранг матрицы.
8. Представление о знакоопределенных квадратичных формах.
9. Критерий Сильвестра.
10. Системы линейных алгебраических уравнений.
11. Условия совместности и определенности.
12. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
13. Квадратные системы линейных уравнений. Теорема Крамера.
14. Квадратные системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы.
15. Связь между векторным и точечным (аффинным) пространством.
16. Декартова прямоугольная система координат.
17. Скалярное произведение геометрических векторов.
18. Представление о векторном произведении векторов.
19. Смешанное произведение векторов.
20. Задание линий с помощью уравнений.
21. Прямые на плоскости. Различные формы уравнений.
22. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
23. Геометрический смысл неравенств первой степени.
24. Плоскости в пространстве. Различные формы уравнений.
25. Взаимное расположение плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.
26. Прямые в пространстве.
27. Параметрические и канонические уравнения прямой
28. Взаимное расположение прямых в пространстве.
29. Бином Ньютона.
30. Определение комплексных чисел и их свойства.
31. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Теорема о произведении и

частном.

32. Формула Муавра.
33. Операции с многочленами. Теоремы о корне и об остатке.
34. Исследование алгебраического уравнения n-й степени с одним неизвестным.
35. Основная теорема алгебры и некоторые следствия из нее.
36. Число вещественных корней многочлена. Разложение многочлена на множители.

37. Дробно-рациональные функции. Выделение целой части рациональной дроби.
38. Разложение правильной дроби на простейшие. Метод неопределенных коэффициентов.
39. Геометрическая интерпретация множества решений алгебраического уравнения второго порядка относительно двух неизвестных.
40. Кривые второго порядка. Окружность. Эллипс. Гипербола. Парабола.
41. Понятие линейного оператора и линейного преобразования. Примеры линейных операторов.
42. Представление о ядре и образе линейного оператора. Матрица линейного преобразования.
43. Собственные значения и собственные векторы.
44. Понятие векторной функции скалярного аргумента. Годограф.
45. Пример построения кривой "доход – потребление" (функция полезности Кобба-Дугласа).

## **6. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ**

Комплект оценочных средств хранится на кафедре, подлежит обновлению по мере необходимости. Для промежуточной аттестации в виде экзамена каждое ОС по дисциплине обновляется и утверждается за 14 дней до начала сессионного периода и хранится в недоступном месте от несанкционированного доступа. Ответственность несет кафедра.

Порядок проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по ОПОП регламентируются Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Текущий контроль успеваемости является формой контроля качества знаний обучающихся, осуществляемого в межсессионный период обучения с целью определения качества освоения ОПОП.

Текущий контроль успеваемости осуществляется: на лекциях, практических (семинарских) занятиях, в рамках контроля самостоятельной работы.

Обучающиеся заранее информируются о критериях и процедуре текущего контроля успеваемости преподавателями по соответствующей учебной дисциплине (модулю).

Успеваемость при текущем контроле характеризует объем и качество выполненной обучающимися работы по дисциплине (модулю).

Педагогические виды и формы, используемые в процессе текущего контроля успеваемости обучающихся, определяются методической комиссией кафедры. Выбираемый вид текущего контроля обеспечивает наиболее полный и объективный контроль (измерение и фиксирование) уровня освоения результатов обучения по дисциплине.

Преподаватели предоставляют сведения о текущей успеваемости обучающихся в рамках проведения текущей аттестации в семестре в деканаты/ учебный отдел института в сроки, определенные внутренними распорядительными документами института.

В целях обеспечения текущего контроля успеваемости преподаватель проводит консультации.

Преподаватель, ведущий занятия семинарского типа, проводит аттестацию обучающихся за прошедший период. Аттестация проводится, если проведено не менее 3 практических (семинарских) или лабораторных занятий, в установленные деканатом сроки, не реже 1 раза за учебный семестр. Обучающиеся аттестуются путем выставления в соответствующую групповую ведомость записей по системе: «аттестован» или «не аттестован».

Преподаватель, проставляя итоги текущей аттестации, доводит результаты аттестации до сведения студенческой группы и объясняет причины отрицательной аттестации по запросу обучающегося.

При аттестации обучающихся учитываются следующие факторы:

- результаты работы на занятиях, показанные при этом знания по дисциплине (модулю), усвоение навыков практического применения теоретических знаний, степень активности на практических (семинарских) занятиях;

- результаты и активность участия в семинарах и коллоквиумах;
- результаты выполнения контрольных работ;
- результаты и объем выполненных заданий в рамках самостоятельной работы обучающихся;
- результаты личных бесед со студентами по материалу учебной дисциплины (модуля);
- посещение студентами, семинарских и практических занятий, лабораторных работ;
- своевременная ликвидация задолженностей по пройденному материалу, возникших вследствие пропуска занятий либо неудовлетворительных оценок по результатам работы на занятиях.
- результаты прохождения контрольных точек по дисциплине.

**Промежуточная аттестация** обучающихся института является формой контроля результатов обучения по дисциплине с целью комплексного определения соответствия уровня и качества знаний, умений и навыков обучающихся требованиям, установленным образовательной программой.

Формирование оценки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины осуществляется с использованием пятибалльной системы оценки знаний обучающихся.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций. Процедуры оценивания включают в себя текущий контроль и промежуточную аттестацию.

Текущий контроль успеваемости проводится с использованием оценочных средств, представленных в п. 5 данного приложения. Результаты текущего контроля доводятся до сведения студентов до промежуточной аттестации. Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена и зачета с оценкой. Экзамен проводится по расписанию экзаменационной сессии в письменном виде. Количество вопросов в экзаменационном задании – 30. Проверка ответов и объявление результатов производится в день экзамена. Результаты аттестации заносятся в экзаменационную ведомость и зачетную книжку студента. Студенты, не прошедшие промежуточную аттестацию по графику сессии, должны ликвидировать задолженность в установленном порядке.

## **7.ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ**

Адаптированные оценочные материалы содержатся в адаптированной ОПОП. Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

Самостоятельная работа обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов позволяет своевременно выявить затруднения и отставание и внести коррективы в учебную деятельность. Конкретные формы и виды самостоятельной работы обучающихся лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов устанавливаются преподавателем. Выбор форм и видов самостоятельной работы, обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов осуществляется с учетом их способностей, особенностей восприятия и готовности к освоению учебного материала. Формы самостоятельной работы устанавливаются с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге или на компьютере, в форме тестирования, электронных тренажеров и т.п.).

Основные формы представления оценочных средств – в печатной форме или в форме электронного документа. Для обучающихся с нарушениями зрения предусматривается возможность проведения текущего и промежуточного контроля в устной форме. Для обучающихся с нарушениями слуха предусматривается возможность проведения текущего и промежуточного контроля в письменной форме.

Таблица 7.1. Категории обучающихся с ОВЗ, способы восприятия ими информации и методы их обучения.

| Категории обучающихся по нозологиям          |                                                                             | Методы обучения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|----------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| с нарушениям и зрения                        | Слепые. Способ восприятия информации: осязательно-слуховой                  | Аудиально-кинестетические, предусматривающие поступление учебной информации посредством слуха и осязания. Могут использоваться при условии, что визуальная информация будет адаптирована для лиц с нарушениями зрения: визуально-кинестетические, предполагающие передачу и восприятие учебной информации при помощи зрения и осязания; аудио-визуальные, основанные на представлении учебной информации, при которых задействовано зрительное и слуховое восприятие; аудио-визуально-кинестетические, базирующиеся на представлении информации, которая поступает по зрительному, слуховому и осязательному каналам восприятия. |
|                                              | Слабовидящие. Способ восприятия информации: зрительно-осязательно-слуховой  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| С нарушениям и слуха                         | Глухие. Способ восприятия информации: зрительно-осязательный                | визуально-кинестетические, предполагающие передачу и восприятие учебной информации при помощи зрения и осязания. Могут использоваться при условии, что аудиальная информация будет адаптирована для лиц с нарушениями слуха: аудио-визуальные, основанные на представлении учебной информации, при которых задействовано зрительное и слуховое восприятие; аудио-кинестетические, предусматривающие поступление учебной информации посредством слуха и осязания; аудио-визуально-кинестетические, базирующиеся на представлении информации, которая поступает по зрительному, слуховому и осязательному каналам восприятия.      |
|                                              | Слабослышащие. Способ восприятия информации: Зрительно-осязательно-слуховой |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| С нарушениям и опорно-двигательного аппарата | Способ восприятия информации: зрительно-осязательно-слуховой                | <ul style="list-style-type: none"> <li>– визуально-кинестетические;</li> <li>– аудио-визуальные;</li> <li>– аудио-кинестетические;</li> <li>– аудио-визуально-кинестетические.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

Таблица 7.2. – Способы адаптации образовательных ресурсов.

Условные обозначения:

«+» —образовательный ресурс, не требующий адаптации;

«АФ» — адаптированный формат к особенностям приема-передачи информации обучающихся инвалидов и лиц с ОВЗ формат образовательного ресурса, в том числе с использованием специальных технических средств;

«АЭ»— альтернативный эквивалент используемого ресурса

| Категории обучающихся по нозологиям |        | Образовательные ресурсы |                                                                             |       |                                                 |                                                                                   |
|-------------------------------------|--------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|-------|-------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|                                     |        | Электронные             |                                                                             |       |                                                 | Печатные                                                                          |
|                                     |        | мультимедиа             | графические                                                                 | аудио | текстовые, электронные аналоги печатных изданий |                                                                                   |
| С нарушениями зрения                | Слепые | АФ                      | АЭ (например, создание материальной модели графического объекта (3Dмодели)) | +     | АЭ (например, аудио описание)                   | АЭ (например, печатный материал, выполненный рельефно-точечным шрифтом Л. Брайля) |

|                                             |               |    |    |                                                |    |    |
|---------------------------------------------|---------------|----|----|------------------------------------------------|----|----|
|                                             | Слабовидящие  | АФ | АФ | +                                              | АФ | АФ |
| С нарушениями слуха                         | Глухие        | АФ | +  | АЭ (например, текстовое описание, гиперссылки) | +  | +  |
|                                             | Слабослышащие | АФ | +  | АФ                                             | +  | +  |
| С нарушениями опорно-двигательного аппарата |               | +  | +  | +                                              | +  | +  |

Таблица 7.3. - Формы контроля и оценки результатов обучения инвалидов и лиц с ОВЗ

| Категории обучающихся по нозологиям         | Форма контроля и оценки результатов обучения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| С нарушениями зрения                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>– устная проверка: дискуссии, тренинги, круглые столы, собеседования, устные коллоквиумы и др.;</li> <li>– с использованием компьютера и специального ПО: работа с электронными образовательными ресурсами, тестирование, рефераты, курсовые проекты, дистанционные формы, если позволяет острота зрения - графические работы и др.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| С нарушениями слуха                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>– письменная проверка: контрольные, графические работы, тестирование, домашние задания, эссе, письменные коллоквиумы, отчеты и др.;</li> <li>– с использованием компьютера и специального ПО: работа с электронными образовательными ресурсами, тестирование, рефераты, курсовые проекты, графические работы, дистанционные формы и др.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| С нарушениями опорно-двигательного аппарата | <ul style="list-style-type: none"> <li>– письменная проверка, с использованием специальных технических средств (альтернативных средства ввода, управления компьютером и др.):</li> <li>– контрольные, графические работы, тестирование, домашние задания, эссе,</li> <li>– письменные коллоквиумы, отчеты и др.;</li> <li>– устная проверка, с использованием специальных технических средств (средств коммуникаций): дискуссии, тренинги, круглые столы, собеседования, устные коллоквиумы и др.;</li> <li>– с использованием компьютера и специального ПО (альтернативных средств ввода и управления компьютером и др.): работа с электронными образовательными ресурсами, тестирование, рефераты, курсовые проекты,</li> <li>– Графические работы, дистанционные формы - предпочтительнее</li> <li>– обучающимся, ограниченными в передвижении и др.</li> </ul> |

### 7.1. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ

Текущий контроль и промежуточная аттестация обучающихся инвалидов и лиц с ОВЗ осуществляется с использованием оценочных средств, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации, в том числе с использованием специальных технических средств.

Текущий контроль успеваемости для обучающихся инвалидов и лиц с ОВЗ направлен на своевременное выявление затруднений и отставания в обучении и внесения коррективов в учебную деятельность. Возможно осуществление входного контроля для определения его способностей, особенностей восприятия и готовности к освоению учебного материала.

### 7.2. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ

Форма промежуточной аттестации устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме

тестирования и т.п.). При необходимости обучающимся предоставляется дополнительное время для подготовки ответа. Промежуточная аттестация, при необходимости, может проводиться в несколько этапов. Для этого рекомендуется использовать рубежный контроль, который является контрольной точкой по завершению изучения раздела или темы дисциплины, междисциплинарного курса, практик и ее разделов с целью оценивания уровня освоения программного материала. Формы и срок проведения рубежного контроля определяются